

## **A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALIADA AO ENSINO DE FÍSICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

*Maicon Maciel Ferreira de Araújo*  
*prof.maicon.maciel@fimca.com.br*

*Jean Peixoto Campos*  
*jean.campos@ifro.edu.br*

*Cléver Reis Stein*  
*clever.stein@ifro.edu.br*

**Resumo:** O presente artigo visou destacar a correlação entre as disciplinas de física e matemática no ensino médio, com ênfase em elencar modelos físico-matemáticos, bem como discutir possíveis meios didáticos para lidar com essa problemática educacional. Tratando-se das definições e diferenças de modelo físico-matemático e modelo matemático em busca de possibilidades de mecanismos didáticos que possam contribuir no processo de ensino. Para tanto, lançou-se mão de pesquisa qualitativa a partir de coleta de dados bibliográficos, por meio da sondagem em vários livros didáticos de física adotados no ensino médio, em que se verificou o uso de “problemas-tipo”, ou seja, problemas com maior prevalência de cobrança para um aluno de ensino médio. A discussão dos resultados fez uso de alguns

“problemas clássicos”, para evidenciar os nexos matemáticos que compõem o modelo físico e a discrepância no currículo das duas disciplinas que poderiam ser complementares. Com isso, chega-se na proposta de um modelo de ensino distinto (pautado em exercícios, softwares e experimentação) do habitual, de modo a buscar e superar o índice de insucesso nas disciplinas de exatas que compõem a matriz curricular do ensino médio.

**Palavras-chave:** Física. Matemática. Ensino.

## 1. INTRODUÇÃO

As adversidades em se ensinar física são enormes, variadas e complexas. Como, por exemplo, a indisciplina em sala de aula, desinteresse por parte dos alunos, limitações estruturais no ambiente escolar, entre outras. Por isso, é uma tarefa árdua, talvez pretensiosa, tentarmos uma abordagem em sua totalidade. Diante desses desafios, limitamo-nos nesse artigo a enfatizar e discutir, em especial, as causas relacionadas com o concomitante aprendizado de conceitos matemáticos.

A resolução de problemas consiste, em sua maioria, na aplicação de fórmulas, sem aparente relação com o conceito físico, constituindo-se em mecanização de procedimentos,

propagando-se o que se tem denominado de “matematização” do Ensino de Física (LOZADA, 2007). Esta “matematização”, caracteriza-se pela excessiva ênfase na apropriação de conceitos matemáticos para resolver problemas de Física, sem conexão com os fenômenos físicos em estudo.

No contexto escolar, a prática da resolução de problemas em Matemática, muitas vezes, restringe-se à “problemas clássicos”, ou seja, dar um modelo coeso de resolução, cujo objetivo é instrumentalizar os mecanismos de resolução por meio da repetição desses problemas. Ou seja, torna-se algo mecanizado, sem a ênfase propriamente do significado e do modelo matemático envolvido.

O processo de matematização do mundo físico, bem diferente deste que observamos em nossas escolas, foi desenvolvido no século XVIII, destacando-se o papel *de* D'Alembert como um personagem principal nesse processo, uma vez que ele “*refinou e reformulou conceitos, tanto epistemológicos quanto metodológicos, importantes para a matematização do mundo físico*” (PATY 1995, p.1).

Em muitas características o ambiente escolar vem sendo descrito como deficiente e com problemas, mesmo assim, a

instituição escolar continua operando por suprir uma grande demanda para formação intelectual e transmissão formal de conteúdo (JUSTO, 2005).

Não há dúvidas de que a instituição escolar é de suma importância para o desenvolvimento do indivíduo e da sociedade. Entretanto a escola, da maneira em que está organizada, enfrenta sérios obstáculos para lidar com as demandas do sujeito contemporâneo. Segundo Justo (2005, p.23), a maneira como está distribuída, com suas disciplinas e aulas, representa um tempo lógico-pedagógico completamente defasado da temporalidade da vida imposta pelo mundo contemporâneo. Não permitindo ao aluno a apreciação dos conhecimentos de física em seu cotidiano.

Em contato cotidiano com a rotina escolar, somos levados a notar que alguns casos de insucesso em Física se devem a alguns fatores bem determinados, fato que motivou o objetivo central do presente trabalho que é destacar a correlação entre as disciplinas de Física e Matemática no ensino médio, com ênfase em elencar modelos físico-matemático, bem como discutir possíveis meios didáticos para lidar com essa questão educacional.

## **2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1 Ensino de Física: realidade e contextualidade.**

Vivemos em um mundo onde as descobertas científicas acontecem a cada momento, muitas destas descobertas abrangem o campo da física e de suas áreas correlatas. Porém, com a deficiência estrutural das escolas<sup>1</sup>, os alunos ficam afastados desses novos conhecimentos, o que acaba por desestimular o interesse pelas ciências exatas e engenharias. No entanto, os professores interessados em mudar essa realidade se deparam com o seguinte questionamento: *como despertar nos alunos da era digital a importância do estudo da física e suas ramificações?*

A escola não deve, em pleno século 21, utilizar-se somente de métodos tão conservadores. A sociedade é dinâmica e por conta disso os profissionais do ambiente escolar devem acompanhar essa mudança para poder contextualizar seus ensinamentos. Ou seja, os “atores” da educação devem levar em consideração a seguinte abstração:

Num mundo como o atual, de tão rápidas transformações e de tão difíceis contradições, estar formado para a vida significa mais do

---

1 Segundo dados do INEP, em 2013 menos de 5% das escolas públicas tem infraestrutura adequada ao PNE.

que reproduzir dados, determinar classificações ou identificar símbolos. Significa: saber se informar, comunicar-se, argumentar, compreender e agir; enfrentar problemas de diferentes naturezas; participar socialmente, de forma prática e solidária; ser capaz de elaborar críticas ou propostas; e, especialmente, adquirir uma atitude de permanente aprendizado (BRASIL, 2001, p.9).

Não apenas na aula de física, mas também em outras disciplinas é frequente perceber que os alunos assumiram o papel de copistas: jovens que fazem cópias de trabalhos extensos sem, no entanto, interpretar o que escreveu. A cópia permite tanto a dissimulação do aluno e do docente quanto do exercício adequado dos seus papéis (SANTOS, 2008).

A visão crítica dos alunos que cursam os anos finais do ensino fundamental e médio, faz-se de total importância, porém muitas vezes o raciocínio crítico dos alunos limita-se ao senso comum, aliado ao conjunto de informações impostas pela mídia. Diante dessas observações, podemos entender que o desinteresse dos alunos pela área de física se dá pelo fato de como ela é apresentada para ele.

Nesse sentido, Zylbersztajn (1998, p. 2) argumenta que:

Particularmente na área de ensino de Física (...) o que se verifica é que o professor, ao exemplificar a resolução de problemas, promove uma resolução linear, explicando a situação em questão como algo cuja solução se conhece e que não gera dúvidas nem

exige tentativas. Ou seja, ele trata os problemas como ilustrativos, como exercícios de aplicação de teoria e não como verdadeiros problemas, que é o que eles representam para o aluno.

A resolução de problemas em Física tem sido muita criticada, sobretudo por se reduzir à aplicação de dados em fórmulas ou algoritmos, não estabelecendo nenhum significado com o conceito físico. Ademais, criou-se a “cultura dos problemas clássicos”, que não são desafiadores e criam a “mecanização” da resolução de problemas.

Essa visão é corroborada pelos PCNs que apontam que o Ensino de Física:

Enfatiza a utilização de fórmulas, em situações artificiais, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado físico efetivo. Insiste na solução de exercícios repetitivos, pretendendo que o aprendizado ocorra pela automatização ou memorização e não pela construção do conhecimento através das competências adquiridas (BRASIL,1999, p. 229).

Há uma postura crítica, quando se observa que ao resolver problemas de física, muitos alunos na verdade estão apenas fazendo aplicações em fórmulas e com isso não concatenando um significado ao conceito físico. Essa mecanização da resolução de problemas é estimulada pela cultura dos “problemas-tipo”, ou

seja, problemas padrões com certas características que ajudam o aluno a resolver os demais problemas similares.

Trata-se de assimilação e generalização para a projeção em demais problemas com as mesmas características. A desvantagem dos “problemas-tipo” é que o aluno não é estimulado a pensar criticamente por si mesmo e então ao deparar-se com um problema do mesmo tema, porém mais desafiador, no sentido que exija maior abstração, este aluno condicionado apresentará, provavelmente, dificuldades em resolver.

Apesar da crítica que pode ser elencada, há autores contrários, é o caso de Kuhn (1995) que defende os “problemas clássicos”, afirmando que estes são fundamentais na aprendizagem da Física. Zylbersztajn (1998) explica que na visão de Kuhn, os alunos ao resolverem os problemas exemplares aprendem a aplicar as versões apropriadas das leis (generalizações simbólicas) a contextos específicos, um processo através dos quais novos problemas passam a ser encarados como casos análogos àqueles já encontrados previamente. Kuhn (1995) enfatiza que este processo de similaridades também ocorre na história da Ciência, os cientistas resolvem quebra-cabeças, modelando-os de acordo com soluções anteriores.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio corrobora o que foi dito pelos PCNs:

Na prática é comum a resolução de problemas utilizando expressões matemáticas dos princípios físicos e ao modelo utilizado. Isso se deve em parte ao fato já mencionado de que esses problemas são de tal modo idealizados que podem ser resolvidos com a mera aplicação de fórmulas, bastando ao aluno saber qual expressão usar e substituir os dados presentes no enunciado do problema. E prosseguem, alertando que essas práticas não asseguram a competência investigativa, visto que não promovem a reflexão e a construção do conhecimento. Ou seja, dessa forma ensina-se mal e aprende-se pior (BRASIL, 2006, p. 54).

Em nossas escolas, esta prática é frequente. Os alunos costumam afirmar que “nas aulas de Física estudam Matemática”, pois não há uma relação entre o conceito físico e o modelo matemático, aliás, não há a prática de se resolver problemas em Física com o objetivo de se elaborar um modelo matemático. Há uma ilusão de que os alunos “resolvem os problemas”, uma vez que mecanizam os procedimentos de resolução. Os resultados obtidos sequer são questionados e analisados com vistas a debater o fenômeno estudado. A resolução do problema encerra-se quando se obtém um resultado numérico. Neste caso, não é possível assegurar se houve um aprendizado.

Na educação atual, é comum que em seu processo se aplique um método em que se faça exercícios e trabalhos exclusivamente para receber uma pontuação necessária para ser promovido para a próxima série. Esta prática poderia ser conceituada como behaviorista, uma vez que se propõe a ensinar e obter os resultados através do comportamento do aluno utilizando do método estímulo-resposta e reforço. Esse método mecanicista pode apresentar bons resultados, tendo em vista que o educador poderá ver ou ouvir o comportamento observável do aluno (HAYDT, 2007). Logo fica em evidência a importância do desenvolvimento de aulas mais participativas que envolvam modelagem físico-matemática, especialmente aplicado em física para que o ato de “fazer” complemente o ato de “saber”.

## **2.2 Um ensino multidisciplinar**

Para Bassanezi (2002, p. 16) “*a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real*”. Esta arte exige uma linguagem própria que é a linguagem simbólica. A barreira sobre a qual

esbarramos, relacionada a problemática do aprendizado, em se ensinar física pode ser detectada prontamente em um ambiente escolar. Assim como na física, os alunos também esbarram em certos obstáculos na disciplina de matemática. Provavelmente não seria coincidência que alguns deles tenham desempenho aquém do esperado, nas duas matérias.

Devido a isso, vê-se a necessidade de conhecer dados referentes aos alunos e suas dificuldades em ciências exatas e, com isso, correlacionar as disciplinas de física e matemática. A priori podemos utilizar uma temática qualquer de física e mostrar ao aluno que com simples matemática ele poderá trabalhar com essa temática sem necessariamente ficar decorando equações ou macetes. O entendimento do modelo matemático por trás daquele fenômeno físico dará ao aluno suporte para a resolução de variados problemas. Contudo, é de se conjecturar que se o conhecimento matemático que o discente detém for incipiente, essa alternativa pode não levar necessariamente ao êxito.

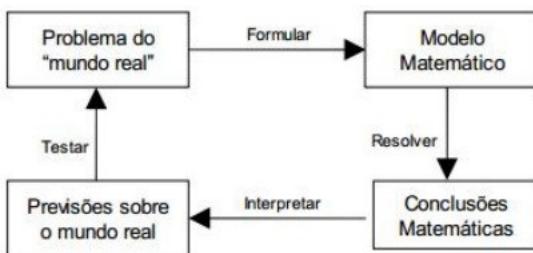
Em vários campos da Física Teórica e Experimental, segundo BASSANEZI (2002, p. 33) o desenvolvimento dos conceitos matemáticos foi extremamente importante para descrever novas descobertas, com a finalidade de fazer previsões dos fenômenos

estudados e verificações dos seus limites de validade. Por esse motivo, dentro da Física Teórica foi criada uma disciplina da matemática aplicada denominada Física – Matemática.

Podemos notar em diversos trabalhos que a modelagem científica dos fenômenos físicos, incluindo a utilização dos conceitos matemáticos para resolução dos problemas de Física, o uso de tecnologias como ferramenta didática e os processos de modelagens mentais são propostas apresentadas por, entre os quais podemos mencionar: Brandão, Araújo e Veit (2008), onde juntos, discutiram alguns aspectos conceituais envolvidos no processo de modelagem científica, Borges (1999) dissertou a respeito da evolução dos modelos mentais, Greca e Moreira (2003) concentraram a atenção para a resolução de problemas da aprendizagem conceitual da física e Costa e Moreira (2002) investigaram sobre o papel da modelagem mental na resolução de problemas.

Toda discussão feita a respeito de Física com a Matemática perpassa pela temática a respeito da construção de modelos físico-matemáticos, que estão relacionados com o modo com que a matemática está correlacionada com um mundo palpável na elaboração e dedução a respeito desse mundo físico. A seguir

temos um exemplo simplificado, elaborado por Stewart (2006), destinado a apresentar de que maneira um modelo matemático associa-se ao mundo real.



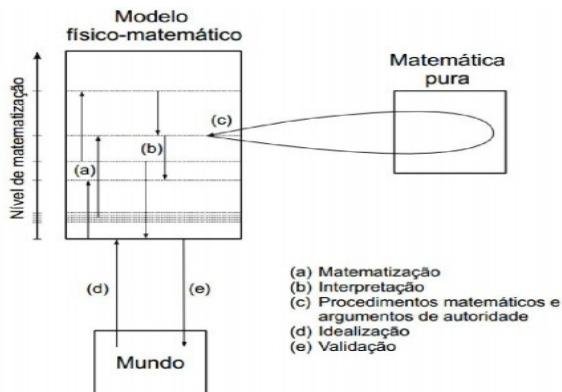
**Figura 1- Exemplo de representação simplificada de um modelo matemático.**

Fonte: Stewart (2006, p. 25).

O autor do modelo apresentado acima simplificou sua concepção de modelo matemático, num diagrama cíclico o que na prática envolve muito mais detalhes. Mesmo assim ele elencou os principais aspectos de um pesquisador, seja ele de qualquer área, ao lidar com uma nova situação e temática de pesquisa.

Com o mesmo propósito de teorizar a respeito de modelagem físico-matemática, Uhden et al. (2011) nos fornece um modelo abstraído por eles para distinguir as habilidades técnicas em

contraponto as estruturais, por levar em conta as complexas relações entre os dois campos de conhecimento.



**Figura 2 – Exemplo de modelo físico-matemático mais sofisticado**

Fonte: Uhden et al. (2011).

A diferença entre os modelos apresentados nas figuras 01 e 02 é que na segunda o autor detalhou que num modelamento, pode-se fazer diferentes níveis de matematização. Isso dependerá do objetivo que se deseja atingir. O autor representou esses graus de modelagem com setas verticais. Logo podemos ver que a física qualitativa pura entra como primeiro passo, pois qualquer parâmetro adicionado pela matemática deverá respeitar algum

significado físico e, portanto, haverão algumas limitações em valores.

Quando se trata de aplicações no ensino de física, o uso da modelagem matemática é defendido por autores como Lozada *et. al* (2006). Em seus trabalhos, esses teóricos defendem a interdisciplinaridade através da cooperação entre diversas áreas do conhecimento e especificamente entre Física e Matemática. Tão logo, o professor de física deverá adaptar suas metodologias de trabalho, de modo a contemplar essa abordagem de modelamento do conceito física, objetivando proporcionar aos seus alunos um real entendimento das equações estudadas.

### **3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

A metodologia utilizada na pesquisa possui caráter qualitativo, uma vez que serão discutidas algumas nuances teóricas a respeito das vantagens de utilizar-se de um melhor aproveitamento da grade curricular da matemática para melhor entendimento de fenômenos físicos. A pesquisa terá aspecto bibliográfico, uma vez que recorre a diversas fontes para o levantamento de questões que

serão indispensáveis para o entendimento da correlação físico-matemática aqui proposta.

A pesquisa dita bibliográfica requer não apenas o ato de recorrer a escritas já publicadas. Envolve uma complexidade, que requer do pesquisador um senso crítico e uma desenvoltura para saber selecionar diante do vasto arsenal de publicações, selecionando as que são de fontes confiáveis, visando a finalidade de sua pesquisa. Requer também um processo organizado, como afirma Boccato (2006, p. 266):

A pesquisa bibliográfica busca a resolução de um problema por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas. Esse tipo de pesquisa trará subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura científica. Para tanto, é de suma importância que o pesquisador realize um planejamento sistemático do processo de pesquisa, compreendendo desde a definição temática, passando pela construção lógica do trabalho até a decisão da sua forma de comunicação e divulgação.

No que concerne ao aspecto bibliográfico, intencionou-se buscar problemas padrões de física do ensino médio com maior prevalência no Exame Nacional do Ensino Médio e a partir deles

discutir quais modelos estão envolvidos e quais ramos do currículo da matemática dão subsídios para suas resoluções.

A busca de problemas padrões para discutir os modelos físico-matemáticos foi feita em livros didáticos, tais como Bonjorno, Calçada e Ramalho, adotados no ensino médio. Os critérios de escolha foram as demandas da avaliação criadas para avaliar o estudante na conclusão do seu ensino médio, ou seja, o ENEM.

Quanto aos artigos referentes à fundamentação sobre o conceito de modelo e de modelagem foram selecionados com base no destaque que seus autores possuem em suas áreas. Esses modelos foram inseridos conceitualmente para posteriormente serem destacados quando elencamos determinados problemas-tipo. Sendo esses problemas formulados a partir da prevalência em que aparecem em avaliações.

## **4 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

### *4.1 Quais aspectos matemáticos são necessários no processo de ensino de física no ensino médio?*

Inicialmente, buscou-se correlacionar os saberes de Física e Matemática escolar. O quadro 01 retrata uma possível distribuição

de conteúdos em que um aluno de ensino médio estudará. O processo ocorre em etapas e é seriado, colocou-se física e matemática emparelhados para destacar que a sequência em que são colocados não está exatamente em harmonia, ou seja, estuda-se as duas disciplinas separadamente como se não houvesse conexões entre seus conteúdos.

**Quadro 1: Conteúdos, de física e matemática, do ensino médio distribuídos por bimestre e ano.**

	1º ano		2º ano		3º ano	
Bi. m.	Fís.	Mat.	Fís.	Mat.	Fís.	Mat.
1º	MU,M RUV, SI e leis de Newton	Conjuntos	Termologia e calorimetria	Progressões numéricas	Eletrostáti ca	plano, ponto, distância e reta
2º	Trabalh o e energia	Funções do 1º e 2º grau e exponenci al	Termometria e Dilatações	Matrizes e Determinant es	Eletrodinâ mica	parábola, circunferê ncia, elipse e hipérbole
3º	Hidrost ática e Quantid ade de Movim ento	Funções modular e trigonomé tricas	Ondulatória	Análise combinatória e Probabilidad e	Eletricida de	Número Complexo
4º	Gravita ção e leis Kepler	Trigonom etria e Geometria Plana	Óptica Geométrica	Geometria Espacial	Magneti mo e Eletromag netismo	Polinômios

Fonte: Adaptado de PPP da E.E.E.F.M. Dr. José Otino de Freitas/SEDUC-RO.

Para a melhor compreensão da natureza, a ciência Física se utiliza o ferramental matemático para quantificar os fenômenos naturais. É habitual pensar que o que a Física é ou o que os físicos fazem requeira o uso do saber escolar provindo da matemática. Agora não é tarefa fácil e nem existe um consenso em definir o que a física é o que os físicos de fato fazem, digamos que a linha entre Física e Matemática não fica coesa nessa divisão (CHALMERS, 2011). Apesar dessa problemática, podemos concordar que os físicos de hoje não fazem o que fazem sem o uso de matemática.

Na verdade, há esses “diálogos” entre conteúdos. Isto foi verificado com base na pesquisa desenvolvida, experiências de estágio docente e experiências enquanto bolsista no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID, nas quais, elaborou-se um diagrama de conexões, conforme podemos ver na Fig. 3.

Nota-se um diagrama onde cada coluna há um rol simplificado de conteúdos e entre essas colunas há a indicação da inter-relação entre a matemática e física.

### **Figura 3 - Correlação das disciplinas de física e matemática no ensino médio.**



Fonte: autores.

Um dos grandes problemas dessa tendência contemporânea de uma progressiva compartmentalização do saber é que, às vezes, isso faz com que o estudante fique focado demasiadamente em algo sem perceber as ramificações com outras áreas do saber.

O consenso disseminado dentre alguns físicos é que a matemática se limita a uma ferramenta da Física. Mas isso não

parece proceder com a realidade trabalhada pelos físicos. Pois atualmente e dada toda área de atuação da matemática, tais conhecimentos têm sido muito mais do que uma simples ferramenta, ela tem se apresentado como parte do próprio método científico do *modus operandi* em que se trabalha em física. O trabalho do físico exige a abstração e uso de ao menos um modelo matemático específico. Isso acontece desde Física Moderna (com aceleradores de partículas), passando por Cosmologia até Física-Médica.

#### **4.2 Matemática por trás de Problemas Clássicos em Física.**

Em sua dissertação, Hernandes (2012), visando à criação de um guia de orientação para professores a respeito das questões de Física no Exame Nacional de Ensino Médio (ENEM), dentre vários dados levantados, um dos mais relevantes para a presente pesquisa é que 26,4% das questões eram de Mecânica, 27,6% sobre Eletricidade, 10,4% sobre Ondulatória, 29,8% sobre Termologia/Termometria/Termodinâmica, 3,5% sobre Óptica e apenas 2,3% sobre Física Moderna.

Levando em consideração essa distribuição de questões de Física, foram escolhidos alguns problemas de áreas diferentes, com maior número de questões, para destacar o grau de saber matemático necessário para solucioná-lo.

**Quadro 2: Questão de terceiro ano do ensino médio.**

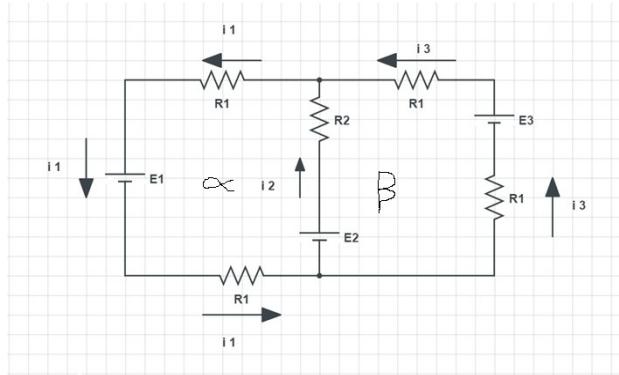
Conteúdo de Física: Eletricidade e Circuitos elétricos	Conteúdo de Matemática: Sistema de equações e Regra de Cramer
Problema-tipo 01: O circuito elétrico da figura 04 possui três malhas, sendo na malha da esquerda temos um receptor E1 e um gerador E2 e na malha da direita temos dois geradores E2 e E3. Sabendo que a unidade de E1, E2 e E3 é o volt (V) sendo $E2=E3$ , que $R1$ e $R2$ são medidos em ohm, $i1$ , $i2$ e $i3$ em amperes (A), encontre as correntes $i2$ e $i3$ .	

Fonte: autor.

Na Fig. 4, fisicamente nós temos três correntes elétricas de valores diferentes percorrendo esse circuito elétrico formado por suas três malhas: a da esquerda (alfa), direita (beta) e a malha retangular que envolve as malhas anteriores. Sendo que o receptor E1, onde há transformação de energia elétrica em outras formas de

energia, e os geradores  $E_2$  e  $E_3$ , dispositivos capazes de transformar outros tipos de energia em energia elétrica.

**Figura 4: Ilustração do primeiro “problema clássico”**



Fonte: autor com o uso do Circuit Lab.

O modelamento começa quando iniciamos com princípios físicos para basear nossas equações. Na malha alfa utilizaremos a segunda lei de Kirchhoff, também conhecida como lei das malhas, para afirmar que a soma algébrica dos potenciais elétricos nessa malha deve ser nula.

Assim teremos na malha da esquerda:

$$E_2 - i_1 R_1 - E_1 - R_1 i_1 - R_2 i_2 = 0 \quad (1)$$

$$2R_1i_1 + R_2i_2 = E_2 - E_1 \quad (2)$$

E na malha beta teremos:

$$E_3 - i_3R_1 - E_2 - R_1i_3 + R_2i_2 = 0 \quad (3)$$

$$-2R_1i_3 + R_2i_2 = 0 \quad (4)$$

Em nosso sistema de equações desejado, devemos nos lembrar da primeira lei de Kirchhoff (em um nó, a soma das correntes que saem é igual a correntes que chegam).

Logo:

$$i_2 + i_3 = i_1 \quad (5)$$

Substituindo a equação 05 na equação 02 teremos:

$$(2R_1 + R_2)i_2 + 2R_1i_3 = E_2 - E_1 \quad (6)$$

Fazendo um sistema de equações com 6 e 4 teremos:

$$\begin{cases} (2R_1 + R_2)i_2 + 2R_1i_3 = E_2 - E_1 \\ R_2i_2 - 2R_1i_3 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Chegando ao sistema de equações 7, o aluno poderá optar por resolver pelo método em que ele estiver mais familiarizado. Que vai desde método da adição ou substituição. No entanto, neste

artigo optou-se pela solução matricial, por meio da regra de Cramer, chegamos na corrente i2:

$$i_2 = \frac{\begin{bmatrix} E_2 - E_1 & 2R_1 \\ 0 & -2R_1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (2R_1 + R_2) & 2R_1 \\ R_2 & -2R_1 \end{bmatrix}} \quad (8)$$

$$i_2 = \frac{E_2 - E_1}{2(R_1 + R_2)} \quad (9)$$

Pelo mesmo método, achamos a corrente i3:

$$i_3 = \frac{\begin{bmatrix} (2R_1 + R_2) & E_2 - E_1 \\ R_2 & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} (2R_1 + R_2) & 2R_1 \\ R_2 & -2R_1 \end{bmatrix}} \quad (10)$$

$$i_3 = \frac{R_2(E_2 - E_1)}{4R_1(R_1 + R_2)} \quad (11)$$

Numa simples questão de eletricidade foi possível trabalhar com modelamento da questão através dos conceitos físicos, depois o tratamento matemático adequado.

### Quadro 3: Questão de 1º ano do ensino médio.

Conteúdo de Física: Lançamento oblíquo e Vetores.	Conteúdo de Matemática: Trigonometria, Função quadrática e Geometria analítica.
Problema-tipo 02: Considere um objeto que é lançado obliquamente com uma velocidade inicial $V_0$ e uma inclinação $\alpha$ em relação a horizontal. Desprezando a resistência do ar, estime as componentes iniciais da velocidade e a função que relaciona altura (y) com o deslocamento horizontal (x).	

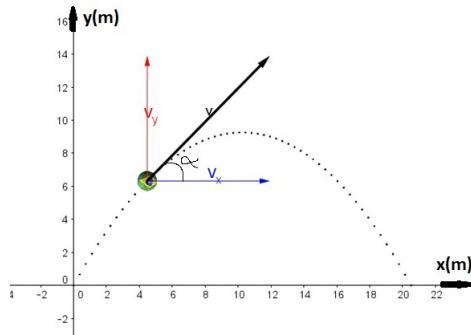
Fonte: autor

Sobre uma ótica da física, o lançamento oblíquo é um ramo da Mecânica fascinante e ao mesmo tempo, confuso para o aluno de ensino médio. Pois diferente do que esse aluno já tenha visto anteriormente em física, é utilizado o método de separar o movimento em duas direções (horizontal e vertical) onde se obtém respectivamente um movimento uniforme e um movimento uniformemente variado.

O professor de física, ao ensinar sobre lançamento oblíquo poderá fazer diversas referências ao cotidiano do aluno, para que este tenha um entendimento mais coeso sobre o que está sendo tratado. Uma vez que situações do dia a dia deste aluno, como o chute em uma bola durante um tiro de meta, dão ao aluno maior

curiosidade para estudar e saber mais a respeito daquilo em que ele vivencia.

**Figura 5 - Ilustração do segundo “problema clássico”.**



Fonte: autor com o uso do software Geogebra.

Uma abordagem matemática do problema mostra que o professor de física fará seus alunos recordar de conceitos de trigonometria, uma vez que o vetor velocidade é inclinado em relação ao eixo horizontal(x). Fecha-se um triângulo retângulo com as componentes do vetor velocidade e pelas relações trigonométricas de  $\sin(x)$  e  $\cos(x)$  chega-se a conclusão de que a velocidade terá as seguintes componentes retangulares:

$$V_x = V_0 \cos(\alpha) \quad (12)$$

E na vertical:

$$V_{oy} = V_o \sin(\alpha) \quad (13)$$

Além da decomposição dos vetores, o professor de física poderá levar seus alunos a perceberem que o lançamento oblíquo do objeto poderá ser modelado por uma função quadrática, uma vez que sua trajetória no ar forma um arco de parábola.

Sabendo que na física, o movimento além de ser estudado nos parâmetros dimensionais “x” e “y” ele tem leva em consideração o “tempo”. Por isso mesmo as funções são parametrizadas:

$$x = x_0 + V_{ox}t \quad (14)$$

$$y = y_0 + V_{oy}t + \frac{g}{2} t^2 \quad (15)$$

Considerando, inicialmente, que o objeto esteja no solo ( $y=0$ ) e como eixo de referência ( $x=0$ ), isolando-se o parâmetro “t” da função 14 e substituindo na função 15, teremos:

$$y = [tg(\alpha)]x + \left[ -\frac{g}{2V_0^2 \cos^2(\alpha)} \right] x^2 \quad (16)$$

A função 16 nos responde a pergunta. Nota-se que o sinal de menos possui o significado físico de que a gravidade está direcionada para baixo (no referencial adotado). Além disso, nos remete a fazer o aluno do ensino médio a compará-la com uma função que ele já conheceu também no primeiro ano:

A função quadrática:  $y = c + bx + ax^2$  (17)

#### **Quadro 4 - questão de 2º ano do ensino médio**

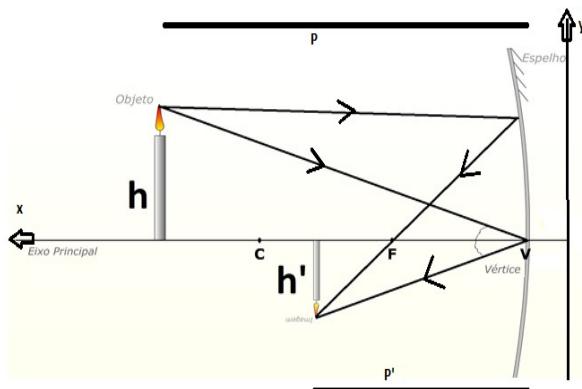
Conteúdo de Física: Óptica, Espelho esférico	Conteúdo de Matemática: Trigonometria e Geometria
Problema-tipo 03: Diante de um espelho côncavo, coloca-se um objeto de altura “h” e a uma distância “p” do vértice do espelho. Discuta as características da imagem formada.	

Fonte: autor

Fisicamente o problema do quadro 04 é resolvido através do uso dos raios notáveis dos princípios da óptica geométrica:

- i. Princípio da propagação retilínea dos raios de luz: a luz propaga-se em linha reta;
- ii. O raio de luz incidente paralelo ao eixo principal reflete-se passando pelo foco;
- iii. O raio de luz incidente sobre o vértice reflete-se com um ângulo simétrico em relação ao eixo principal.

**Figura 6 - ilustração do segundo “problema-tipo”**



Fonte: plataforma educacional “Edy”.

Através da figura 06, podemos ver a possibilidade de uso de conceitos de semelhança de triângulos. Sendo  $p'$  a distância da imagem ao espelho e  $h'$  a altura da imagem. Além disso, consideramos o referencial de Gauss para espelhos esféricos: onde o eixo principal é positivo na frente da superfície refletora e negativo atrás dela e a altura é positiva acima do vértice e negativa abaixo dela.

Onde Para através disso fazer uma tangente em cada triângulo retângulo.

$$\tan(\theta) = \frac{h}{p}$$

Para o caso do objeto:

(18)

$$\tan(\theta) = \frac{h'}{p'} \quad (19)$$

Para o caso da imagem:

$$\frac{h}{p} = -\frac{h'}{p'} \quad (20)$$

Logo, quanto mais distante o objeto do espelho, menor será uma imagem e obviamente pelo processo de projeção dos triângulos vemos uma imagem invertida, por isso o sinal negativo na equação.

Esses problemas-tipo apresentados nos mostram o quanto as ferramentas matemáticas podem servir de recurso para a desconstrução de um problema, sem que para isso haja necessariamente uma demasia memorização de funções.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo visou destacar a correlação entre as disciplinas de Física e Matemática no Ensino Médio, com ênfase em elencar modelos físico-matemático, bem como discutir possíveis meios didáticos para lidar com essa problemática educacional. Trata-se de um tema rico, uma vez que as intersecções interdisciplinares na educação básica são vastas.

O aluno de ensino médio deverá cada vez mais ser estimulado ao senso crítico, com relação à associação e nexo de conteúdos que estuda. Pois assim haverá para ele significação e interesse sobre o que está estudando.

O artigo contribuiu para o ensino de física, na medida em que elenca nos conteúdos uma gama de conceitos matemáticos que poderão ser melhor explorados tanto pelo educador, quanto pelo aluno para uma melhor desconstrução de problemas da física.

É importante ressaltar que a modelagem servirá como recurso em três aspectos: identificando a matemática na física através de exercícios e problemas clássicos, recurso computacional e por último a experimentação. Nos três casos leva-se a contemplação da articulação existente entre física e matemática.

Enfim, a problemática educacional enfrentada atualmente em diversas escolas poderá sim, com os meios didático-pedagógicos ser contornada. Para tanto, todo recurso disponível como softwares, oficinas e experimentos de modelagem, dentre outros, devem ser utilizados visando um saber menos seccionado.

## **6 REFERÊNCIAS**

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002.

BOCCATO, V. R. C. **Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação.** Rev. Odontol. Univ. Cidade São Paulo, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 265-274, 2006.

BORGES, A. T. Como Evoluem os Modelos Mentais. **ENSAIO - Pesquisa em Educação em Ciências, Volume 1, nº 1:** pp. 1 – 28, 1999.

BRANDÃO, R. V.; ARAÚJO, I. S. e VEIT, E. A. A Modelagem Científica de Fenômenos Físicos e o Ensino de Física. **Fís. na Escola, Vol. 9,** nº 01: pp. 10 – 14, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Brasília: Ministério da Educação,** 1999.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio – Brasília: Ministério da Educação,** 2001; 71 p.

CHALMERS, A. S. **O que é ciência afinal?**. São Paulo: Brasiliense, 2011.

COSTA, S. S. C. e MOREIRA, M. A. O Papel da Modelagem Mental dos Enunciados na Resolução de Problemas em Física. **Revista Brasileira de Ensino de Física, Volume 24, nº 1:** pp. 61 – 74, 2002.

GRECA, I. M. e MOREIRA, M. A. Do Saber Fazer ao Saber Dizer: Uma Análise do Papel da Resolução de Problemas na Aprendizagem Conceitual de física. **Ensaio - Pesquisa em Educação em Ciências, Volume 5, nº 1:** pp. 1 – 16, 2003.

HAYDT, Regina Célia Cazaux. **Avaliação do Processo Ensino-Aprendizagem. Definição de objetivos e avaliação (Capítulo 3).** 6<sup>a</sup>. Edição. São Paulo, SP, 2007.

HERNANDES, J. S.; MARTINS, M. I. Categorização de questões de Física do Novo ENEM. **Cad. Bras. Ens. Fís., v. 30, n. 1,** p. 58-83.

- JUSTO, J. S. (2005). **Escola no epicentro da crise social. Em Y. de La Taille, Indisciplina/disciplina: ética, moral e ação do professor.** Porto Alegre: Mediação.
- KUHN, T. S. **A estrutura das revoluções científicas.** São Paulo: Perspectiva, 1995.
- LOZADA, C. de O. et. al. *A Modelagem Matemática Aplicada ao ensino de Física no Ensino Médio. Logos, nº 14:* pp. 2 - 12, 2006.
- LOZADA, Cláudia de Oliveira. Alternativas de Modelagem Matemática Aplicada ao Contexto do Ensino de Física: a Relevância do Trabalho Interdisciplinar Entre Matemática e Física. In **Anais IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte - MG,** 2007.
- PATY, Michel. **A Matéria Roubada.** Edusp. São Paulo, 1995.
- SANTOS, A. A. C. (2008). **Cadernos e outros registros escolares da primeira etapa do ensino fundamental: um olhar da psicologia escolar crítica.** Tese de Doutorado, Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- STEWART, James. **Cálculo, volume 1** f James Stewart.5º, ed. -. São Paulo: Pioneira Thomson Learnirig,2006.
- UHDEN, O. et al. **Modelling mathematical reasoning in physics education.** Publicado online em 20 de outubro de 2011 na Science & Education.
- ZYLBERSZTAJN. A. Resolução de problemas: Uma perspectiva KUHNIANA. VI **Encontro em pesquisa em ensino de Física.** Florianópolis, 1998.